Corso di fisica II

Prova scritta del secondo modulo del 21/12/07

Esercizio 1

L'area della spira è $S = \frac{6}{2} l^2 \sin 60 = \frac{3\sqrt{3}}{2} l^2$

La spira ruota con un una legge oraria del tipo $\theta = \omega t$

Il flusso del campo magnetico attraverso la spira è quindi $\Phi(B) = BS\cos\omega t$

Ne consegue che la f.e.m indotta è

$$f.e.m. = \frac{d}{dt}\Phi(B) = -BS\omega \sin \omega t$$

La potenza dissipata per effetto Joule è $P = VI = \frac{V^2}{R} = \frac{(BS\omega \sin \omega t)^2}{R}$

Per l'energia dissipata in un periodo integriamo nel tempo la potenza e otteniamo:

$$E_T = \int_0^T P dt = \frac{(BS\omega)^2}{R}\int_0^T dt \sin^2 \omega t = \frac{(BS\omega)^2}{R}\frac{T}{2} = \frac{\pi B^2 S^2 \omega}{R} = 0.32J$$

Esercizio 2

Cominciamo dal campo elettrico prodotto dal solo piano: applicando il teorema di Gauss, vediamo che $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k}$, dove k indica il versore perpendicolare al piano.

La polarizzazione è espressa dalla relazione $\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}$

Per una sfera il campo dovuto alla polarizzazione è $\vec{E}_P = -\frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}$

Quindi

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\left[\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k} - \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}\right] \Rightarrow \left[1 + \left(\frac{\varepsilon_r - 1}{3}\right)\right]\vec{P} = \frac{\varepsilon_r - 1}{2}\sigma\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{P} = \frac{3}{2}\frac{\varepsilon_r - 1}{2 + \varepsilon_r}\sigma\vec{k} = 6\cdot 10^{-9} C/m^2$$

Per la differenza di potenziale, siccome il campo interno alla sfera è costante, non c'è bisogno di integrare: è sufficiente moltiplicare per R:

$$\Delta\varphi = |\vec{E}|R = R\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{P}{3\varepsilon_0}\right) = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\frac{3}{2}\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2}\right] = 67V$$